

MONOGRAF

Perilaku Struktur Bangunan Bertingkat yang Berbenturan akibat Pembebanan Dinamik

Reni Suryanita, ST., MT., Ph.D

# Perilaku Struktur Bangunan Bertingkat yang Berbenturan akibat Pembebanan Dinamik

Undang-undang Nomor 19 Tahun 2002, tentang Hak Cipta

#### PASAL 2

Hak Cipta merupakan hak eksekutif bagi Pencipta dan Pemegang Hak Cipta untuk mengumumkan atau memperbanyak ciptaanya, yang timbul secara otomatis setelah suatu ciptaan dilahirkan tanpa mengurangi pembatasan menurut perundangundangan yang berlaku.

#### PASAL 72

Barang siapa dengan sengaja dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 2 ayat (1) atau Pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana penjara masing-masing paling singkat 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp. 1.000.000,00 (Satu Juta Rupiah), atau paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 5.000.000,000 (Lima Miliar Rupiah).

Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu Ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta atau Hak Terkait sebagaima dimaksud pada ayat (1) dipidana dengan pidana penjara palaing lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

### MONOGRAF

# Perilaku Struktur Bangunan Bertingkat yang Berbenturan akibat Pembebanan Dinamik

Reni Suryanita, ST., MT., Ph.D.

Penerbit UR Press Pekanbaru 2019

# RESPONS STRUKTUR DUA GEDUNG YANG BERBENTURAN AKIBAT PEMBEBANAN DINAMIK

Penulis : Reni Suryanita, ST., MT., Ph.D Cover dan Tata Letak : UR Press Diterbitkan oleh UR Press, Juni 2019 Ukuran buku: 15,5 cm x 23 cm

Alamat Penerbit: Badan Penerbit Universitas Riau UR Press, Jl Patimura No. 9 Gobah Pekanbaru 28132 Riau Indonesia Telp (0761) 22961 Fax (0761) 857397 Email: unri\_press@yahoo.co.id ANGGOTA IKAPI

Hak Cipta dilindungi Undang-undang Dilarang mengutip atau memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini tanpa izin tertulis dari penulis.

Isi diluar tanggung jawab percetakan.

Cetakan Pertama: Juni 2019

ISBN: 978-979-792-926-8

#### KATA PENGANTAR

Penulis mengucapkan puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat-Nya dan karuniaNya kepada penulis untuk menyelesaikan penulisan monograf ini hingga selesai. Buku ini diberi judul Respons Struktur Dua Gedung yang Berbenturan akibat Pembebanan Dinamik. Adapun tujuan penulisan buku ini adalah untuk menambah database penelitian tentang benturan dua bangunan yang berdekatan. Selain itu penulisan buku ini juga bertujuan untuk memberikan referensi bagi akademisi dan praktisi struktur bangunan dalam merencanakan bangunan di daerah rawan bencana gempa bumi maupun akibat getaran mesin pada bangunan perkantoran, hotel dan pertokoan.

Buku ini menampilkan pengaruh parameter dinamik bangunan dan celah (gap) antar bangunan terhadap perilaku struktur di bawah besaran tumbukan bila bangunan mengalami benturan. Melalui simulasi numerik dari variasi parameter dapat diperoleh jarak (gap) minimum antar bangunan yang dapat bernilai kurang dari jumlah nilai mutlak simpangan relatif maksimum dari kedua bangunan akibat beban gempa rencana.

Dengan adanya simulasi numerik dari beberapa variasi parameter, maka jarak antar bangunan dapat direncanakan sedemikian rupa untuk menghindari benturan yang terjadi.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan berbagai pihak mulai dari proses penyusunan hingga penerbitan buku monograf ini. Semoga kehadiran buku monograf ini dapat mempermudah pembaca dalam memahami respons struktur bangunan saat ataupun setelah mengalami pembebanan dinamis seperti beban gempa dan beban getaran mesin lainnya.

Pekanbaru, 20 Maret 2019

Penulis

# **DAFTAR ISI**

KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	.vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR NOTASI	xi
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
2.2. Tujuan	3
1.3. Ruang Lingkup dan Batasan Masalah	3
1.4. Inovasi Penelitian	5
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1. Persamaan Gerak Dinamis Sistem MDOF Diskret	7
2.2. Penentuan Eigenvalue dan Eigenvektor Sistem MDOF den	gan
Metode Jacobi	. 11
2.3. Solusi Persamaan Gerak Dinamis dengan Analisis Modal	. 15
2.4. Analisis Langkah demi Langkah Waktu dengan Runge-Kutta	.21
2.5. Perakitan Matriks Kekakuan dan Matriks Massa untuk Po	rtal
Bidang	.26
2.5.1. Matriks Kekakuan Struktur	. 26
2.5.2. Merakit Matriks Massa Sepadan (Consisten Mass)	. 29
2.6. Reduksi Matriks Dinamis	. 30
BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN	. 34
3.1.Persamaan Gerak Dinamis dengan Benturan	. 34
3.2. Teori Gaya Tumbukan <sup>[4]</sup>	.38
3.3. Model Rheologi Zona Kontak <sup>[4]</sup>	. 40

3.3.1. Model Kelvin-Voigt	41
3.3.2. Model Darmawan	47
3.4. Solusi Persamaan Dinamis dengan Benturan	49
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	54
4.1. Pemodelan Struktur Sistem MDOF Diskret	54
4.1.1. Data Struktur	54
4.1.2. Derajat Kebebasan Struktur	60
4.1.3. Matriks Struktur	61
4.1.4. Pembahasan Hasil dan Analisis	68
BAB 5. KESIMPULAN DAN REKOMENDASIError! Bookmark	not
defined.	
DAFTAR PUSTAKA	75
GLOSARIUM	77
INDEX	78
LAMPIRAN	79

# DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Pemodelan Struktur MDOF Sistem Consistent
Mass di bawah Beban Gempa 10
Gambar 2.2 Elemen balok dengan gaya-gaya nodal akibat
gaya lentur27
Gambar 3. 1 Gerakan kedua massa pada saat t dibawah beban
gempa 35
Gambar 3. 2 Evolusi gaya tumbukan Fc sebagai fungsi waktu t
Gambar 3.3 Refresentasi tumbukan dengan menggunakan
Model Kelvin-Voigt41
Gambar 3.4 Representasi tumbukan dengan model yang
dikembangkan 47
Gambar 4.1 Susunan model benturan M1-2, M1-3, M1-4
dengan DOF struktur sama 55
Gambar 4.2. Susunan model benturan M1-2 dengan DOF
struktur berbeda56
Gambar 4.3 Perpindahan Derajat Kebebasan Struktur 9 DOF
Gambar 4.4 Penamaan Matriks Massa

Gambar	4.5	Grafik	perpindah	an dan	percepatan	eksitasi
		harmon	ik			68
Gambar	4.6	Grafik p	ercepatan g	gempa El	Centro	69
Gambar	4.7	Riwayat	waktu po	erpindaha	an lantai 2-	model 1
		akibat				70
Gambar	4.8	Gaya	tumbukan	maksin	num akibat	eksitasi
		harmon	ik	•••••		71
Gambar	4.9	Perpend	lekan zon	a kontal	k dan evol	usi gaya
		tumbuk	an akibat	t eksita	si harmon	ik pada
		bentura	n M1-2			72

# **DAFTAR NOTASI**

[M]	: matriks massa
[K]	: matriks kekakuan
$\{\ddot{x}\}_t$	: percepatan absolut massa
{	: percepatan gempa
{ ẍ }	: percepatan relatif struktur terhadap tumpuan
{0}	: matriks nol
{x}	: matriks perpindahan struktur
e	: epsilon =
i	: \sqrt{-1}
ω	: frekuensi pribadi dalam rad/det
t	: waktu dalam detik
$\lambda_i$	: eigen value
А	: matriks simetris
L	: matriks segitiga bawah
$L^{T}$	: transpos matriks L
$\delta_i$	: koordinat normal
a <sub>r</sub> , b <sub>r</sub>	: amplitudo

$\{ \delta_i \}_t$	: perpindahan pada saat t
$\{\dot{\delta}_i\}_t$	: kecepatan saat t
$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$	: turunan parsial terhadap x, y
$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$	: turunan pertma dan kedua x terhadap t
Ι	: momen inersia penampang, cm <sup>2</sup>
L	: panjang panampang, cm
E	: modulus elastisitas penampang, kg/cm <sup>2</sup>
M(x)	: momen lentur
k <sub>ij</sub>	: gaya pada koordinat nodal i akibat satu
	satuan perpindahan
W <sub>E</sub>	: kerja luar
F	: gaya inersia persatuan panjang
$\overline{\mathbf{m}}$	: massa persatuan panjang
m	: massa
[T]	: matriks transportasi
$[T]^T$	: transpose matriks [T]
Uo	: jarak antara dua struktur
Uo	: relatif antara dua struktur pada waktu t
Fc	: gaya tumbukan

#### **BAB 1. PENDAHULUAN**

#### 1.1. Latar Belakang

Dewasa ini pembangunan gedung-gedung tinggi di perkotaan dibuat saling berdekatan dengan celah (*gap*) yang cukup kecil, mengingat semakin terbatasnya lahan. Celah yang kecil antar bangunan tidak mencukupi untuk respons getaran bebas bangunan saat terjadi gempa kuat. Hal ini dapat menyebabkan terjadinya benturan antar bangunan karena secara umum benturan antar bangunan dihasilkan oleh defleksi yang berlebihan dari bangunan yang berdekatan yang dapat mengakibatkan kerusakan struktural maupun nonstruktural dari bangunan tersebut.

Benturan antar bangunan dapat menimbulkan amplifikasi gaya-gaya dalam pada elemen struktur, yang biasanya pada perencanaan awal belum diperhitungkan. Gaya-gaya dalam tambahan ini dapat tersuperposisikan dengan gaya-gaya dalam akibat gempa itu sendiri. Gayagaya dalam tambahan akibat benturan tersebut sangat dipengaruhi oleh karakteristik dinamis dari kedua bangunan seperti massa dan kekakuan bangunan dan juga dipengaruhi

1

oleh jarak antar bangunan. Dengan kombinasi variabelvariabel di atas, perlu ditinjau apakah bangunan tersebut mengalami benturan atau tidak. Untuk itu dalam perencanaan struktur, celah antar bangunan perlu diperhatikan dengan mengikutsertakan gempa sebagai beban rencana, khususnya untuk daerah rawan gempa seperti Indonesia.

Kerusakan bangunan akibat benturan pernah terjadi di Mexico tahun 1985. Gempa Mexico telah menyebabkan kerusakan 330 bangunan dimana 40% diantaranya diakibatkan oleh benturan dan 15% diantaranya mengalami keruntuhan bangunan [5]. Kerusakan akibat benturan juga pernah dicatat pada gempa San Fernando tahun 1971 dan gempa Loma Prieta tahun 1989 [8].

Berdasarkan catatan gempa yang pernah terjadi di atas dapat diketahui bahwa benturan dapat berakibat fatal. Karena itu diperlukan suatu kajian struktural bangunan akibat benturan tersebut.

#### 2.2. Tujuan

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pengaruh parameter dinamik bangunan dan celah (gap) antar bangunan terhadap perilaku struktur di bawah besaran tumbukan jika bangunan mengalami benturan. Diharapkan dengan simulasi numerik dari variasi parameter dapat diperoleh jarak (gap) minimum antar bangunan yang dapat bernilai kurang dari jumlah nilai mutlak simpangan relatif maksimum dari kedua bangunan di bawah beban gempa rencana. Dengan adanya simulasi numerik dari beberapa variasi parameter, maka jarak antar bangunan dapat direncanakan sedemikian rupa untuk menghindari benturan yang terjadi. Dengan memperhatikan amplifikasi gaya-gaya dalam yang disebabkan benturan, kekuatan dan stabilitas struktur dapat direncanakan untuk memikul gaya-gaya tersebut.

#### 1.3. Ruang Lingkup dan Batasan Masalah

Dalam penelitian ini studi analisis dilakukan terhadap dua susunan model portal. Masing-masing portal dimodelkan sebagai struktur dua dimensi, dimana susunan pertama terdiri dari dua model portal berderajat kebebasan sama yaitu tiga derajat kebebasan dan susunan kedua terdiri dari dua portal dengan derajat kebebasan berbeda. Setiap struktur portal ditinjau sebagai sistem MDOF diskret, yaitu penyusunan matriks-matriks sistem diperoleh dari perhitungan matriks-matriks elemen (matriks massa dan kekakuan). Dalam analisis ini, pengaruh kekakuan balok juga ditinjau yaitu kekakuan balok dianggap berhingga.

Parameter dinamik dari struktur yang akan divariasikan dalam analisis adalah massa model, kekakuan model dan gap antar model. Zona kontak dalam studi analisis ini diasumsikan bersifat elastis sehingga tidak terjadi disipasi energi, untuk itu dimodelkan sebagai elemen pegas. Benturan yang terjadi adalah benturan paksa, dimana terdapat gaya luar selama tumbukan berlangsung.

Model struktur memiliki ketinggian lantai yang sama dan benturan dianggap hanya terjadi pada level lantai dimana perpendekan aksial batang balok dan kolom diabaikan. Selama benturan model diasumsikan berperilaku elastis. Gaya eksitasi yang bekerja pada bangunan mempunyai perbedaan waktu (*delay*) antara eksitasi yang bekerja pada satu bangunan dengan bangunan yang berikutnya. Beda phase ini dikarenakan pergerakan eksitasi bersifat merambat dan terdapat jarak (*gap*) antara kedua bangunan tersebut. Besarnya perbedaan waktu tersebut dapat dianggap sama dengan jarak antara kedua bangunan (*center to center*) dibagi dengan kecepatan perambatan gelombang gempa pada tanah. Gaya eksitasi yang diberikan, dalam analisis ini berupa beban harmonik dan beban gempa El Centro.

#### 1.4. Inovasi Penelitian

Benturan antar dua bangunan yang berdekatan dapat terjadi jika mengalami getaran kuat akibat gempa bumi. Benturan ini dapat menimbulkan amplifikasi gaya-gaya dalam pada elemen struktur, yang biasanya pada perencanaan awal belum diperhitungkan. Untuk itu penelitian ini memberikan rekomendasi ke perencana struktur agar dapat mempertimbangkan besarnya celah minimal antara dua bangunan melalui persamaan dinamis yang diturunkan dengan menggunakan persamaan runge kutta orde ke2. Sehingga prediksi besarnya kemungkinan kontak antar dua bangunan dapat diperhitungkan. Untuk itu dalam perencanaan struktur, celah antar bangunan perlu diperhatikan dengan mengikutsertakan gempa sebagai beban rencana, khususnya untuk daerah rawan gempa seperti Indonesia.

### **BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA**

Analisis beban dinamik dalam perencanaan struktur perlu mengantisipasi diikutsertakan untuk kemungkinan terjadinya gempa kuat yang dapat menimbulkan kerusakan dan keruntuhan bangunan. Secara garis besar beban dinamik dapat dibagi menjadi dua jenis, yaitu beban periodik dan beban non periodik. Bentuk beban periodik yang paling sederhana adalah beban harmonik (sinusoidal) sedangkan beban non periodik berbentuk acak dan dapat dinyatakan sebagai penjumlahan dari deretan komponen-komponen beban periodik yang paling sederhana, seperti halnya beban Dalam penelitian ini, analisis benturan sistem gempa. MDOF diskret menggunakan beban dinamik yaitu beban harmonik dan beban gempa.

#### 2.1. Persamaan Gerak Dinamis Sistem MDOF Diskret

Pada dasarnya struktur suatu bangunan merupakan suatu sistem yang menerus (*continuous*) yang mempunyai derajat kebebasan tak berhingga sehingga solusi persamaan gerak dinamisnya menjadi sangat kompleks. Untuk mempermudah dalam menganalisis, struktur suatu bangunan dimodelkan menjadi suatu sistem diskret (*discrete*).

Diskretisasi merupakan proses pemodelan sistem struktur berderajat banyak dimana dengan pemodelan tersebut dapat ditentukan gaya inersia dan gaya elastik dengan jumlah derajat kebebasan yang diinginkan.

Gaya inersia pada struktur dapat dihitung dengan 2 metode pendekatan yaitu:

Metoda massa terkelompok (*lumped mass method*) yaitu massa yang terbagi rata dianggap sebagai massa titik atau massa terke-lompok pada koordinat nodal dan terjadi perpindahan translasi. Massa yang didistribusikan dari setiap elemen pada titik nodal elemen ditentukan dengan cara statis. Penyusunan matriks massa untuk seluruh struktur dilakukan dengan cara yang sederhana yaitu dengan menjumlahkan bagian massa terkelompok pada koordinat nodal.

Massa sepadan (*consistent mass method*) yang menganggap massa terbagi rata dengan memperhitungkan pengaruh rotasi. Metoda ini sesuai dengan lendutan statis elastis balok. Analisis dinamis

dengan metode sepadan memberikan hasil yang mendekati solusi eksak dibandingkan dengan metoda massa terkelompok untuk elemen diskret yang sama. Untuk itu dalam penelitian ini metoda pende-katan yang digunakan adalah metoda massa sepadan.

Persamaan gerak dinamis di bawah gaya gempa dapat menimbulkan gaya luar berupa eksitasi pada tumpuan struktur, untuk sistem MDOF dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut :

 $[M]{\ddot{X}_{t}} + [C]{\dot{x}} + [K]{x} = \{0\}$ 

$$[M] \{ \ddot{X} + \ddot{X}_{g} \} + [C] \{ \dot{x} \} + [K] \{ X \} = \{ 0 \}$$
$$[M] \{ \ddot{X} \} + [C] \{ \dot{x} \} + [K] \{ X \} = - [M] \{ \ddot{X}_{g} \}$$
(2.1)

dimana [M], [C] dan [K] masing-masing merupakan matriks massa, matriks redaman dan matriks kekakuan dari sistem struktur, sedangkan { $\ddot{x}$ }<sub>t</sub>, { $\ddot{x}$ }<sub>g</sub>, dan { $\ddot{x}$ } masing-masing adalah percepatan absolut massa, percepatan gempa dan percepatan relatif struktur terhadap tumpuan .



Gambar 2. 1 Pemodelan Struktur MDOF Sistem Consistent Mass di bawah Beban Gempa

Dengan memperhatikan Gambar.2.1, persamaan gerak dinamis persamaan (2-1) dapat dituliskan dalam bentuk matriks berikut,

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{cases} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{cases}$$

perpindahan struktur, kecepatan dan percepatan yang dihasilkan masing-masing dinyatakan dengan,

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_3 \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_3 \end{cases} + \begin{cases} \mathbf{x}_g \\ \mathbf{x}_g \\ \mathbf{x}_g \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_3 \end{cases} = \begin{cases} \dot{\mathbf{u}}_1 \\ \dot{\mathbf{u}}_2 \\ \dot{\mathbf{u}}_3 \end{cases} + \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_g \\ \dot{\mathbf{x}}_g \\ \dot{\mathbf{x}}_g \end{cases} ; \quad \begin{cases} \ddot{\mathbf{x}}_1 \\ \ddot{\mathbf{x}}_2 \\ \ddot{\mathbf{x}}_3 \end{cases} = \begin{cases} \ddot{\mathbf{u}}_1 \\ \ddot{\mathbf{u}}_2 \\ \ddot{\mathbf{u}}_3 \end{pmatrix} + \begin{cases} \ddot{\mathbf{x}}_g \\ \ddot{\mathbf{x}}_g \\ \ddot{\mathbf{x}}_g \end{cases}$$

Untuk memecahkan persamaan (2-1) di atas, salah satu cara yang dapat digunakan adalah mentransformasi persamaan MDOF menjadi persamaan SDOF (*uncouple*) dengan analisis modal dan selanjutnya analisis dinamis untuk step waktu tertentu diselesaikan dengan metode Runge-Kutta untuk mendapatkan respon struktur yang diinginkan. Sebelum menguraikan persamaan MDOF menjadi persa-maan SDOF dengan analisis modal perlu dibahas terlebih dahulu frekuensi natural dari sistem MDOF.

# 2.2. Penentuan *Eigenvalue* dan *Eigenvektor* Sistem MDOF dengan Metode Jacobi

Salah satu metode yang paling efisien dalam menentukan nilai eigen (*eigenvalue*) dan vektor eigen (*eigenvektor*) adalah dengan metode Jacobi. Salah satu kelebihan metode ini adalah dapat menghasilkan semua *eigenvalue* dan *eigenvektor* secara simultan dengan ketelitian yang seragam. Sistem dengan *n* derajat kebebasan memiliki *n* frekuensi natural yang berhubungan dengan *normal mode shape* nya. Untuk getaran bebas tak teredam dari sistem MDOF diskret diperoleh persamaan sebagai berikut,

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \tag{2-2}$$

Persamaan (2-2) dapat dibentuk menjadi

$$\{\ddot{x}\}+[M]^{-1}[K]\{x\}=0$$
 (2-3)

atau

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{x}}_1 \\ \ddot{\mathbf{x}}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\mathbf{x}}_n \end{cases} + [\mathbf{M}]^{-1} [\mathbf{K}] \begin{cases} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{cases} = \mathbf{0}$$

dengan M dan K masing-masing adalah matriks massa penuh (*full mass matriks*) dan matriks kekakuan struktur.

Asumsikan gerak harmonik untuk tiap-tiap massa adalah :

$$x_{j} = X_{j} e^{i\omega t}$$

$$\ddot{x}_{j} = -\omega^{2} X_{j} e^{i\omega t}$$
(2-4)

di mana j = 1, 2,..., n dan i merupakan bilangan imajiner

Substitusikan persamaan (2-4) ke dalam persamaan (2-3) menghasilkan,

$$-\omega^{2} \{X\} + [M]^{-1}[K] \{X\} = 0$$
 (2-5)

atau

$$[\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\cdot\boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{I}]\mathbf{X} = \mathbf{0}$$

dengan mengambil *eigenvalue*  $\lambda_i = \omega^2$  maka

$$[M]^{-1}[K]{X} = \lambda{X}$$
(2-6)

Untuk dapat menyelesaikan persamaan di atas perlu ditinjau dasar pemecahan masalah *eigenvalue* dengan metode Jacobi sebagai berikut:

$$[A]{X} = \lambda{X}$$
(2-7)

di mana A merupakan matriks simetris yang diperoleh dari M<sup>-1</sup>K.

Untuk mendapatkan *eigenvalue* dan *eigenvector* dari persamaan (2-6) dengan metode Jacobi, maka matriks massa M harus simetris dan definit positif sehingga,

$$[\mathbf{M}] = [\mathbf{L}][\mathbf{L}]^{\mathrm{T}} \tag{2-8}$$

13

di mana L merupakan matriks segitiga bawah dan L<sup>T</sup> adalah transpos L. Dekomposisi M ini dikenal dengan dekomposisi Cholesky.

Persamaan (2-6) dapat ditulis kembali dalam bentuk,

$$[K]{X}=\lambda[M]{X}$$
(2-9)

Substitusikan persamaan (2-8) ke persamaan (2-9) sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut,

$$[K]{X} = \lambda[L][L]^{T} {X}$$

$$(2-10)$$

Jika  $(L^{T})^{-1}L^{T}=I$ , KI=K dan kedua ruas pada persamaan (2-10) dikalikan  $L^{-1}$ -maka didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$L^{-1}K(\underbrace{L^{T})^{-1}L^{T}}_{I}X = \lambda \underbrace{L^{-1}L}_{I}L^{T}X$$
(2-11)

Karena  $(L^{T})^{-1}=(L^{-1})^{T}$  maka persamaan (2-11) dapat dituliskan kembali sebagai berikut :

 $[L^{-1}K(L^{-1})^T]{L^TX}=\lambda{L^TX}$ 

atau

$$[A]{Y} = \lambda{Y}$$
  
(2-12)

di mana

$$A = L^{-1}K(L^{-1})^{T}$$
$$Y = L^{T}X$$

Karena pada persamaan di atas K merupakan matriks simetris maka A juga merupakan matriks simetris. *Eigenvalue*  $\lambda$  pada persamaan (2-12) identik dengan bentuk asal pada persamaan (2-7) dan *eigenvektor* X pada persamaan (2-7) dihasilkan dari persamaan (2-12) sebagai berikut,

$$\{X\} = (L^{T})^{-}1\{Y\} = (L^{-1})^{T}\{Y\}$$
(2-13)

# 2.3. Solusi Persamaan Gerak Dinamis dengan Analisis Modal

Untuk mendapatkan respons getaran bebas tak teredam dari persamaan (2-1) perlu dilakukan transformasi linier yang menghasilkan koordinat umum sebagai berikut,

$$\{x_i\} = [u] \{\delta_i\}$$
  
$$\{\dot{x}_i\} = [u] \{\dot{\delta}_i\}$$
  
$$\{\ddot{x}_i\} = [u] \{\dot{\delta}_i\}$$
 (2-14)

dengan  $\delta_i$  merupakan koordinat normal (*principal* coordinates).

Dalam persamaan di atas [u] merupakan matriks modal dengan kolom-kolomnya merupakan *eigenvektor* sistem yang berbentuk sebagai berikut,

$$[\mathbf{u}] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}_1 \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}_2 \cdots \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}_r \cdots \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}_s \cdots \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}_n \end{bmatrix}$$
(2-15)

Sedangkan transpos matrik u sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} u \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} [X_{1} \ X_{2} & . & . & . & X_{n}]_{1} \\ [X_{1} \ X_{2} & . & . & . & X_{n}]_{2} \\ . & . & . & . & . & . \\ [X_{1} \ X_{2} & . & . & . & X_{n}]_{r} \\ . & . & . & . & . & . \\ [X_{1} \ X_{2} & . & . & . & X_{n}]_{s} \\ . & . & . & . & . & . \\ [X_{1} \ X_{2} & . & . & . & X_{n}]_{n} \end{bmatrix}$$
(2-16)

di mana *r* dan *s* merupakan dua *eigenvektor* (*mode shape*) dari *n* derajat kebebasan.

Hasil substitusi persamaan (2-14) ke persamaan (2-1) dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$[M][u]{\dot{\delta}_i} + [C][u]{\dot{\delta}} + [K][u]{\delta_i} = 0$$
(2-17)

Persamaan (2-17) dikalikan dengan transpos matriks u yaitu [u]<sup>T</sup> sehingga menghasilkan,

$$[\mathbf{u}]^{T}[\mathbf{M}][\mathbf{u}]\{\hat{\boldsymbol{\delta}}_{i}\} + [\mathbf{u}]^{T}[\mathbf{C}][\mathbf{u}]\{\hat{\boldsymbol{\delta}}_{i}\} + [\mathbf{u}]^{T}[\mathbf{K}][\mathbf{u}]\{\boldsymbol{\delta}_{i}\} = 0 \qquad (2-18)$$

Proses perkalian matriks  $[u]^{T}[M][u]$  pada persamaan (2-18) melibatkan baris ke *r* pada persamaan (2-16) dan kolom ke *s* pada persamaan (2-15) sehingga diperoleh,

$$\begin{bmatrix} X_1 & X_2 & . & . & X_n \end{bmatrix}_r \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{cases} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}_s = \begin{bmatrix} X \end{bmatrix}_r^T \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}$$

$$(2-19)$$

Hubungan keortogonalan dari mode ker dan mode kes dapat dilihat pada persamaan di bawah ini.

$$[X]_{r}^{T}[M][X]_{s} = 0 \qquad (r \neq s) \qquad (2-20)$$
17

Persamaan (2-20) di atas memperlihatkan semua elemen di luar diagonal  $[u]^{T}[M][u]$  sama dengan nol. Jika r = s maka persamaan (2-19) dapat ditulis sebagai,

$$[X]_{r}^{T}[M][X]_{r} = [M_{r}] \quad (r=1,2,..,n)$$
(2-21)

di mana M<sub>r</sub> merupakan elemen massa umum pada diagonal [u]<sup>T</sup>[M][u] sehingga diperoleh,

$$[\mathbf{u}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{M}][\mathbf{u}] = \begin{bmatrix} M_{1} & 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & M_{2} & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & M_{3} & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & . & M_{n} \end{bmatrix}$$
(2-22)

Langkah-langkah untuk menghasilkan hubungan keortogonalan di atas dapat dilakukan untuk matriks kekakuan sehingga diperoleh elemen kekakuan umum pada diagonal [u]<sup>T</sup>[K][u] sebagai berikut,

$$[\mathbf{u}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{K}][\mathbf{u}] = \begin{bmatrix} K_{1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & K_{3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & K_{n} \end{bmatrix}$$
(2-23)

Dengan memasukkan harga  $K_r = \omega_r^2 M_r$  (r =1,2,3,...,n) maka persamaan (2-23) dapatkan ditulis kembali sebagai berikut,

$$[\mathbf{u}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{K}][\mathbf{u}] = \begin{bmatrix} \omega_{1}^{2}M_{1} & 0 & 0 & . & . & 0\\ 0 & \omega_{2}^{2}M_{2} & 0 & . & . & 0\\ 0 & 0 & \omega_{r}^{2}M_{r} & . & . & 0\\ . & . & . & . & . & .\\ 0 & 0 & 0 & . & . & \omega_{n}^{2}M_{n} \end{bmatrix}$$
(2-24)

di mana  $\omega_r$  = frekuensi alami tak teredam mode ke *r* dan M<sub>r</sub> merupakan massa umum mode ke *r*.

Dengan menggunakan konsep redaman sebanding dengan matriks massa dan matriks kekakuan, maka didapatkan :

 $[C] = \alpha [M]$ 

 $\alpha$  merupakan kontanta, sehingga :

$$[\mathbf{u}]^{\mathrm{T}} [\mathbf{C}][\mathbf{u}] = \alpha [\mathbf{u}]^{\mathrm{T}} [\mathbf{M}][\mathbf{u}]$$
$$2\xi_{\mathrm{r}} \omega_{\mathrm{r}} \mathbf{M}_{\mathrm{r}} = \alpha \mathbf{M}_{\mathrm{r}}$$
(2-25)

Dengan mensubstitusikan persamaan (2-22), (2-24) dan persamaan (2-25) ke persamaan (2-18) akan diperoleh persamaan berikut :

$$\begin{bmatrix} M_{1} & 0 & 0 \\ 0 & M_{2} & 0 \\ 0 & 0 & M_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta}_{1} \\ \ddot{\delta}_{2} \\ \ddot{\delta}_{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi_{1}\omega_{1}M_{1} & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_{2}\omega_{2}M_{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi_{3}\omega_{3}M_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\delta} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{1}^{2}M_{1} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{2}^{2}M_{2} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{3}^{2}M_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \delta \\ \delta \end{bmatrix} = -[\mathbf{u}]^{T} \begin{bmatrix} M_{1}\ddot{\mathbf{x}}_{g} \\ M_{2}\ddot{\mathbf{x}}_{g} \\ M_{3}\ddot{\mathbf{x}}_{g} \end{bmatrix}$$
(2-26)

Persamaan di atas merupakan *n* persamaan bebas (*uncouple*) dari sistem *n* derajat kebebasan dengan koordinat utama (*principal coordinat*) adalah :

$$\ddot{\delta}_1 + 2\xi_1 \omega_1 \dot{\delta}_1 + \omega_1^2 \delta_1 = -\frac{u_{11}M_1 + u_{21}M_2 + u_{31}M_3}{M_1} \ddot{x}_g$$

$$\ddot{\delta}_2 + 2\xi_2 \omega_2 \dot{\delta}_2 + \omega_2^2 \delta_2 = -\frac{u_{12}M_1 + u_{22}M_2 + u_{32}M_3}{M_2} \ddot{x}_g$$

$$\ddot{\delta}_3 + 2\xi_3 \omega_3 \dot{\delta}_3 + \omega_3^2 \delta_3 = -\frac{u_{13}M_1 + u_{23}M_2 + u_{33}M_3}{M_3} \ddot{x}_g$$

Untuk mendapatkan respons getaran bebas teredam dari sistem n derajat kebebasan pada kondisi awal dapat ditentukan dengan persamaan di bawah ini.

$$\begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{cases} = \delta_1 \begin{cases} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{cases}_1 + \delta_2 \begin{cases} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{cases}_2 + \delta_3 \begin{cases} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{cases}_3$$
 (2-27)

20

# 2.4. Analisis Langkah demi Langkah Waktu dengan Runge-Kutta

Sebelum memasuki tahap penyelesaian persamaan gerak, terlebih dahulu akan dibahas penurunan metode Runge-Kutta yang akan membantu mempermudah memahami permasalahan.

Perumusan persamaan untuk metode Runge-Kutta orde 2 dititik beratkan pada metode penyelesaian persamaan differensial biasa (bukan turunan parsial) orde pertama tunggal dengan satu syarat batas.

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \tag{2-28}$$

$$y(x_0) = y_0$$
 (2-29)

Persamaan di atas merupakan persamaan differensial yang memberikan kemiringan (*slope*) kurva pada setiap titik sebagai fungsi x dan y. Penyelesaian persamaan di atas memerlukan deret Taylor untuk dua variabel, yaitu:

$$f(x+h,y+k) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i!} (h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y})^i f(x,y)$$
(2-30)

dimana h dan k merupakan penambahan jarak (interval) dari x dan y.

Untuk metoda Runge-Kutta orde dua, kombinasi linier untuk menjumlahkan x pada saat t adalah :

$$x(t+h) = x(t) + w_1 J_1 + w_2 J_2$$
  
(2-31)

dimana  $J_1$  dan  $J_2$  adalah,

$$J_1 = hf(t,x)$$
(2-32)  
$$J_2 = hf(t+\Box h, x+J_1)$$
(2-33)

Sehingga persamaan (2-31) menjadi:

$$x(t+h)=x(t)+w_1hf(t,x)+w_2hf(t+\Box h,x+hf(t,x))$$
  
(2-34)

Dengan menggunakan deret Taylor diperoleh nilai konstanta  $w_1, w_2$  dan  $\Box$  yaitu,  $w_1$ =0.5,  $w_2$  = 0.5 dan  $\Box$   $\Box$   $\Box$ .

Substitusi nilai ketiga konstanta di atas ke dalam persamaan (2-35) menghasilkan metoda Runge-Kutta orde dua sebagai berikut :

$$x(t+h) = x(t) + \frac{1}{2}hf(t,x) + \frac{1}{2}hf(t+h,x+hf(t,x))$$
(2-36)

atau ke dalam persamaan (2-31) menghasilkan,

$$x(t+h) = x(t) + \frac{1}{2}(J_1+J_2)$$
  
(2-37)

Metoda Runge-Kutta yang biasa digunakan adalah orde empat yang penurunannya diperoleh dengan jalan yang sama dengan orde 2. Formulasi Runge-Kutta orde empat yaitu:

$$x(t+h) = x(t) + \frac{1}{6} (J_1 + 2J_2 + 2J_3 + J_4)$$
(2-38)

dimana

$$J_{1}=h f(t,x)$$

$$J_{2}=h f(t+\frac{h}{2},x+\frac{J_{1}}{2})$$

$$J_{3}=h f(t+\frac{h}{2},x+\frac{J_{2}}{2})$$

$$J_{4}=h f(t+h,x+J_{1})$$

23
Untuk menyelesaikan persamaan gerak pada persamaan (2-1) dengan menggunakan metoda Runge-Kutta dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\{\ddot{x}\} = [M]^{-1} (\{P(t) - [K] \{x\})$$

$$\{\ddot{x}\} = f(\{x\}, \{\dot{x}\}, t)$$
(2-39)

Dengan mengambil  $\dot{x} = y$ , sehingga :

$$\dot{y} = \ddot{x} = f(x, y, t)$$

Dari deret Taylor dapat diperoleh nilai x dan y untuk setiap pertambahan waktu  $h=\Box t$ , yaitu,

$$x = x_{i} + \left(\frac{dx}{dt}\right)_{i}h + \left(\frac{d^{2}x}{dt^{2}}\right)_{i}\frac{h^{2}}{2} + \dots$$

$$y = y_{i} + \left(\frac{dy}{dt}\right)_{i}h + \left(\frac{d^{2}y}{dt^{2}}\right)_{i}\frac{h^{2}}{2} + \dots$$
(2-40)

Berdasarkan persamaan (2-38) didapatkan persamaan dengan menggunakan formulasi Runge-Kutta orde 4, yaitu:

$$\{x\}_{i+1} = \{x\}_i + \frac{h}{6} \left[\{Y_1\} + 2\{Y_2\} + 2\{Y_3\} + \{Y_4\}\right]$$

24

$$\{y\}_{i+1} = \{y\}_i + \frac{h}{6}[\{J_1\} + 2\{J_2\} + 2\{J_3\} + \{J_4\}]$$
(2-41)

dimana nilai-nilai t,x,y dan f dihitung untuk setiap titik I seperti dalam tabel berikut,

Т	Х	y= x	$f = \dot{y} = \ddot{x}$
$T_1 = t_I$	$X_1 = x_I$	$Y_1 = y_i$	$J_1 = f(T_1 X_1 Y_1)$
$T_2 = t_i + \frac{h}{2}$	$\begin{array}{rcl} X_2 &=& x_i & +Y_1 \\ \\ \frac{h}{2} & \end{array}$	$Y_2=y_i+J_1\frac{h}{2}$	$J_2 = f(T_2, X_2, Y_2)$
$T_3 = t_i + \frac{h}{2}$	$\begin{array}{l} X_3 \ = \ x_i \ + Y_2 \\ \frac{h}{2} \end{array}$	$Y_3=y_i+J_2\frac{h}{2}$	$J_3 = f(T_3, X_3, Y_3)$
$T_4 = t_i + h$	$X_4 = x_i + Y_3 h$	$Y_4 = y_i + J_3 h$	$J_4 = f(T_4, X_4, Y_4)$

# 2.5. Perakitan Matriks Kekakuan dan Matriks Massa untuk Portal Bidang

Elemen struktur yang berupa balok, umumnya memikul beban yang berarah tegak lurus terhadap arah memanjang balok dan di bawah beban luar akan muncul didalamnya tegangan lentur dan perpindahan lateral. Analisis dinamis balok dimulai dengan menentukan karakteristik statis dari segmen-segmen balok dan memasukkan pengaruh dinamis yang diakibatkan oleh gayagaya inersia. Dalam analisis ini, pengaruh gaya aksial pada portal diabaikan.

#### 2.5.1. Matriks Kekakuan Struktur

Tinjau segmen balok seragam akibat gaya lentur dengan momen inersia penampang *I*, panjang *L*, dan modulus elastisitas bahan *E* seperti pada Gambar.2.2.



Gambar 2. 2 Elemen balok dengan gaya-gaya nodal akibat gaya lentur

Hubungan antara gaya statis dan momen dinyatakan oleh  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  dan perpindahan linier serta perputaran sudut yang sesuai, dinyatakan oleh  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ , dan  $\delta_4$  pada kedua ujung segmen balok.

Persamaan differensial untuk perpindahan melintang kecil dari balok diberikan oleh,

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = M(x)$$
(2-42)

di mana M(x) adalah momen lentur pada penampang balok dan y adalah perpindahan melintang (lendutan).

Koefisien kekakuan balok di atas dinyatakan dengan k<sub>ij</sub> yaitu gaya pada koordinat nodal i akibat satu satuan perpindahan pada koordinat nodal j, dimana semua koordinat nodal lainnya dipertahankan tetap nol. Untuk 27 menentukan besarnya koefisien ini, diturunkan persa-maan lengkung perpindahan atau lenturan dengan menganalisisis satu satuan perpindahan sehingga didapatkan persamaan lengkung perpindahan sebagai berikut :

$$\Box \Box X) = 1 - 3 \left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2 \left(\frac{x}{L}\right)^3$$
(2-43)

$$\Box \Box \Box x) = x \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2$$
(2-44)

$$\Box \Box x) = 3 \left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2 \left(\frac{x}{L}\right)^3$$
(2-45)

$$\Box \Box \Box \mathbf{X}) = \frac{\mathbf{x}^2}{\mathbf{L}} \left( \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{L}} - 1 \right) \tag{2-46}$$

Persamaan lenturan yang diberikan oleh persamaan (2-43), (2-44), (2-45), dan (2-46) yang sesuai dengan satuan perpindahan pada koordinat nodal segmen balok dapat digunakan untuk menyatakan koefisien kekakuan.

$$k_{ij} = \int_{0}^{L} EI \Box_{i}^{"}(x) \Box_{j}^{"}(x) dx$$
(2-47)

di mana k<sub>ij</sub> merupakan gaya pada koordinat nodal i akibat satuan perpindahan pada koordinat j.

Dengan menggunakan persamaan (2-47) didapatkan matriks kekakuan elemen akibat lenturan sebagai berikut,

$$[\mathbf{k}] = \frac{2\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^{3}} \begin{bmatrix} 6 & 3\mathrm{L} & -6 & 3\mathrm{L} \\ 3\mathrm{L} & 2\mathrm{L}^{2} & -3\mathrm{L} & \mathrm{L}^{2} \\ -6 & -3\mathrm{L} & 6 & -3\mathrm{L} \\ 3\mathrm{L} & \mathrm{L}^{2} & -3\mathrm{L} & 2\mathrm{L}^{2} \end{bmatrix}$$
(2-48)

#### 2.5.2. Merakit Matriks Massa Sepadan (Consisten Mass)

Koefisien massa dapat ditentukan seperti penentuan koefisien kekakuan elemen. Koefisien massa m<sub>ij</sub> merupakan gaya pada koordinat nodal i akibat satu satuan percepatan pada koordinat nodal j, di mana koordinat nodal yang lain dibuat tidak mempunyai percepatan.

Secara umum koefisien massa sepadan adalah:

$$m_{ij} = \int_{0}^{L-} m(x)\Psi_i(x)\Psi_j(x)dx \qquad (2-49)$$

Dengan cara yang sama dengan penurunan matriks kekakuan dapat diturunkan pula persamaan untuk m<sub>ij</sub> sehingga diperoleh matriks massa akibat lentur sebagai berikut,

$$m = \frac{\overline{mL}}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$
(2-50)

#### 2.6. Reduksi Matriks Dinamis

Struktur yang terdiri dari sejumlah besar elemen diskret dapat mempunyai derajat kebebasan yang besar dan matriks kekakuan dan matriks menyebabkan massa mempunyai dimensi yang besar. sehingga solusi eigenproblem untuk menentukan frekuensi natural dan mode shape menjadi lebih sulit dilakukan. Dalam studi kasus, benturan pada dua bangunan terjadi pada level lantai dalam arah horizontal, karena itu putaran sudut pada titik nodal akan dikondensasi sehingga derajat kebebasan struktur yang tersisa adalah derajat kebebasan pada arah horizontal.

Untuk itu diperlukan reduksi dimensi matriks yang dikenal dengan kondensasi (*condensation*). Metode kondensasi yang digunakan adalah metode kondensasi dinamis yang

30

memberikan hasil yang lebih tepat bila digunakan dalam masalah dinamis. Untuk mereduksi matriks kekakuan dan matriks massa yaitu dengan menyatakan derajat kebe-basan sebagai derajat kebebasan kedua (secondary degrees of freedom) yang saling bergantungan (dependent degrees of freedom) dan derajat kebebasan pertama (primary degrees of freedom). Kondensasi digunakan untuk mengeliminasi derajat kebebasan yang tak diinginkan seperti derajat kebebasan dalam (internal degrees of freedom) pada satu dalam elemen hingga. elemen metode Untuk menggambarkan metode kondensasi dinamis, dianggap bahwa derajat kebebasan kedua yang akan direduksi tersusun sebagai koordinat s dan derajat kebebasan pertama dipertahankan sebagai koordinat p, sehingga yang persamaan gerak dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} & \mathbf{M}_{sp} \end{bmatrix} \begin{cases} \{ \mathbf{\ddot{y}}_{s} \} \\ \{ \mathbf{\ddot{y}}_{p} \} \end{cases} + \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} & \mathbf{K}_{sp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{ \mathbf{y}_{s} \} \\ \{ \mathbf{y}_{p} \} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{ \mathbf{0} \} \\ \{ \mathbf{0} \} \end{bmatrix}$$
(2-51)

Dengan mensubstitusikan  $\{y\}=\{Y\}$ sin  $\omega_i t$  pada persamaan (2-51) menghasilkan *eigen problem* umum

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} - \omega_{i}^{2} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{sp} \end{bmatrix} - \omega_{i}^{2} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{sp} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\mathbf{Y}_{s}\} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ps} \end{bmatrix} - \omega_{i}^{2} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ps} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{pp} \end{bmatrix} - \omega_{i}^{2} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{pp} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\mathbf{Y}_{s}\} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix}$$
(2-52)

di mana  $\omega_i^2$  merupakan pendekatan dari *eigenvalue* i yang diambil dengan harga pendekatan bernilai satu atau nol untuk *eigenvalue* yang pertama  $\omega_1^2$ .

Tahap-tahap kondensasi dinamis adalah sebagai berikut :

Harga pendekatan  $\omega_i^2$  dimasukkan pada persamaan (2-52) dan dilakukan eliminasi Gauss-Jordan dari koordinat kedua  $\{Y_s\}$  sehingga reduksi persamaan (2-52) menjadi

$$\begin{bmatrix} [I] & -\frac{1}{2} \mathbf{I}_{i} \end{bmatrix} \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{Y}_{s} \right\} = \begin{cases} \{0\} \\ [0] & [\vec{\mathbf{p}}_{i}] \end{bmatrix} \left\{ \mathbf{Y}_{p} \right\} = \begin{cases} \{0\} \\ \{0\} \end{cases}$$
(2-53)

Persamaan pertama pada persamaan (2-53) dapat ditulis sebagai

$$\{Y_s\} = [T_i]\{Y_p\}$$
 (2-54)

atau dapat dinyatakan sebagai

$$\{Y\} = [T_i] \{Y_p\}$$
(2-55)

di mana

$$\begin{bmatrix} T_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\overline{T}_i] \\ [I] \end{bmatrix} \longrightarrow dan \{ \mathbf{Y} \} = \begin{cases} \{ \mathbf{Y}_s \} \\ [\{\mathbf{Y}_p\} \} \end{cases}$$
(2-56)

Matriks massa tereduksi  $[\overline{M}_i]$  dan matriks kekakuan tereduksi  $[\overline{K}_i]$  dihitung dari

$$[M_{i}] = [T_{i}]^{T}[M][T_{i}]$$
(2-57)

 $[\overline{\mathbf{K}}_{i}] = [\overline{\mathbf{D}}_{i}] + \omega_{i}^{2}[\overline{\mathbf{M}}_{i}]$ (2-58)

Eigenproblem tereduksi yaitu

$$[[\overline{\mathbf{K}}_{i}] - \omega^{2}[\overline{\mathbf{M}}_{i}]]\{\mathbf{Y}_{p}\} = \{0\}$$

$$(2-59)$$

diselesaikan untuk mendapatkan sebuah peningkatan *eigenvalue*  $\omega_i^2$ , *eigenvektor* nya  $\{Y_p\}_i$  dan harga pendekatan untuk *eigenvalue* tingkat berikutnya  $\omega_{i+1}^2$ .

# **BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN**

#### 3.1.Persamaan Gerak Dinamis dengan Benturan

Pada bab sebelumnya telah dibahas solusi persamaan gerak dinamis sistem MDOF diskret dan penyelesaian persamaan dinamis tersebut dengan metode numerik Runga-Kutta. Selanjutnya pada bab ini akan dibahas dua sistem struktur yang berjarak  $U_0$  mengalami benturan dengan persamaan gerak dinamis pada persamaan (2-1) untuk masing-masing struktur. Benturan akan terjadi jika jarak relatif kedua sistem tersebut pada waktu t tertentu (U<sub>t</sub>) menjadi nol atau negatif.

Pada saat terjadinya tumbukan pada kedua sistem tersebut akan timbul suatu gaya tumbukan  $F_c$  yang bekerja dalam arah saling berla-wanan satu terhadap yang lainnya seperti yang terlihat pada Gambar.3.1.

Perilaku dinamis zona kontak biasanya disimulasikan dengan model matematis yaitu model rheologi. Dalam analisis ini model rheologi yang digunakan berupa pegas elastis linier dan besarnya gaya tumbukan berkaitan dengan perpendekan dari zona kontak saja.



Gambar 3. 1 Gerakan kedua massa pada saat t dibawah beban gempa

Pada Gambar.3.1. dapat dilihat bahwa benturan akan terjadi jika harga  $U_t \leq 0$ , dengan

$$U_t = (U_0 + x_2 - x_1)_i$$
(3-1)

di mana Ut adalah *gap* setiap saat dengan i merupakan indeks massa ke-i. Dengan demikian persamaan dinamik struktur MDOF yang meng-alami benturan adalah sebagai berikut:

Sistem 1 :  $[M]_1\{\ddot{X}\}+[K]_1\{x\}_1+\{F_c\}=\{F(t)\}_1$ 

Sistem 2 :  $[M]_2{\ddot{x}}+[K]_2{x}_2 - {F_c} = {F(t)}_2$  (3-2) dimana indeks 1 dan 2 menunjukan sistem struktur pertama dan kedua sedangkan {F<sub>c</sub>} merupakan vektor gaya tumbukan dari dua sistem struktur MDOF. Gaya timbukan F<sub>c</sub> dapat dinyatakan dengan,

$$\{F_c\}_i = -(Kb)_i U_t$$
 (3-3)

dimana (Kb) merupakan kekakuan benturan dari dua struktur. Harga (Kb) ditentukan dari kekakuan ekivelen seri kedua bangunan, yaitu :

$$\frac{1}{Kb_{i}} = \frac{1}{K_{1}} + \frac{1}{K_{2}}$$
(3-4)

 $K_1$  dan  $K_2$  merupakan kekakuan setengah lantai ke i dari bangunan 1 dan bangunan 2. Gaya eksitasi berubah terus selama pertambahan waktu  $\Delta t$ . Nilai gaya eksitasi yang baru didapatkan dengan iterasi mengunakan metode *besection* sampai mencapai nilai yang mendekati konvergen.

$$F(t) = F(t_i) + \frac{F(t_{i+1}) - F(t_i)}{t_{i+1} - t_i} * (t - t_i)$$
(3-5)

Persamaan (3-2) di atas hanya berlaku untuk selang waktu dimana harga  $U_t$  kecil dari 0. Untuk selang waktu tersebut persamaan (3-2) dapat dijabarkan dalam persamaan berikut.

Sistem 1:  $[M]_1\{\ddot{x}\}_1+[K]_1\{x\}_1+[Kb]_1$   $[\{U_0\}+\{x\}_2-\{x\}_1]=\{F(t)\}_1$ 

Sistem 2:  $[M]_2\{\ddot{x}\}_2+[K]_2\{x\}_2+[Kb]_2$   $[-\{U_0\}+\{x\}_1-\{x\}_2]=\{F(t)\}_2$  (3-6)

Dalam persamaan (3-6) terlihat bahwa persamaan sistem 1 dan sistem 2 saling terkait. Oleh karena itu persamaan (3-6) dapat digabungkan sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{M}]_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [\mathbf{M}]_2 \end{bmatrix} \left\{ \{\ddot{\mathbf{x}}\}_1 \right\} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}]_1 + [\mathbf{K}\mathbf{b}]_1 & -[\mathbf{K}\mathbf{b}]_1 \\ -[\mathbf{K}\mathbf{b}]_2 & [\mathbf{K}]_2 + [\mathbf{K}\mathbf{b}]_2 \end{bmatrix} \left\{ \{\mathbf{x}\}_1 \right\} =$$

$$\begin{cases} \{F(t)\}_1 \\ \{F(t)\}_2 \end{cases} + \begin{bmatrix} [Kb]_1 & 0 \\ 0 & -[Kb]_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{U_0\}_1 \\ \{U_0\}_2 \end{bmatrix}$$
(3-7)

Dengan demikian persamaan dinamis (3-7) untuk masingmasing sistem akan saling terkait (*coupled*). Oleh karena itu solusi dari persamaan tersebut secara eksak relatif kompleks sehingga diperlukan suatu solusi cara numerik. Dalam penelitian ini persamaan dinamis diselesaikan dengan metode Runge-Kutta.

### 3.2. Teori Gaya Tumbukan<sup>[4]</sup>

Secara umum benturan dapat didefinisikan sebagai suatu fenomena yang melibatkan adanya perubahan secara tiba-tiba dari kecepatan titik-titik didalam suatu massa yang bertumbukan. Benturan akan menimbulkan rambatan bolakbalik dari gelombang tegangan (tarik dan tekan) di dalam massa tersebut. Bila massa yang bertumbukan merupakan massa kaku (*rigid*), maka lamanya tumbukan akan sangat singkat dan gaya tumbukan yang timbul akan sangat besar (benturan keras). Sebaliknya untuk massa lunak, lamanya tumbukan akan relatif lebih lama.

Bila satu massa menumbuk massa yang lain, maka diantara kedua massa tersebut akan muncul sebuah gaya lain yang dinamakan gaya tumbukan Fc (*impact force*) dengan arah yang saling berlawanan.

Pada umumnya, gaya tumbukan yang muncul pada saat kedua bodi bertumbukan tidak dapat diketahui terlebih dahulu baik besar maupun evolusinya. Untuk itu perlu hipotesis khusus ttentang perilaku struktur akibat tumbukan dalam menyelesaikan masalah tumbukan dengan menggunakan sebuah model rheologi. Model *rheologi* yang diadopsi adalah model yang sesuai dengan karakteristik dinamik bahan pembentuk kedua massa di sekitar zona kontak. Zona kontak merupakan suatu daerah atau permukaan yang saling berhadapan dari kedua bangunan yang mengalami kontak langsung (benturan).

Gaya tumbukan Fc juga bergantung pada kecepatan relatif kedua massa sebelum tumbukan atau dinamakan juga dengan kecepatan tumbukan. Gambar.3.2. menunjukan secara kualitatif evolusi dari gaya tumbukan sebagai fungsi waktu t dan dapat dibagi menjadi 2 *phase*, yaitu *phase loading* antara  $t_1$  dan  $t_2$ , dan *phase unloading* dari waktu  $t_2$ ke  $t_3$ .



Gambar 3. 2 Evolusi gaya tumbukan Fc sebagai fungsi waktu t

#### 3.3. Model Rheologi Zona Kontak<sup>[4]</sup>

Studi pustaka tentang masalah benturan ini belum banyak ditekuni. J.P Wolf & P.E. Skrikerud (1979) telah melakukan studi simulasi untuk kasus tumbukan yang lebih bersifat mekanik, dimana sistemnya dimisalkan dengan sebuah massa *m* dan perilaku dinamik zona kontak disimulasikan dengan menggunakan model *Kelvin-voigt*.

Demikian juga Anagnostopoulus, S.A. (1988) menggunakan model *Kelvin-voigt* untuk menstimulasikan perilaku dinamik zona kontak untuk studi simulasi benturan dua bangunan. Sedangkan J.R. Tao et al meng-gunakan koefisien restitusi kecepatan e yang konstan untuk memodelkan perilaku zona kontak dari dua bangunan.

Berikut ini akan diketengahkan beberapa model *rheologi* yang menganalisis benturan bebas sebuah massa dengan sebuah *obstacle* yaitu bodi yang mempunyai massa relatif lebih besar dibandingkan dengan massa yang menumbuknya.

#### 3.3.1. Model Kelvin-Voigt



Gambar 3. 3 Refresentasi tumbukan dengan menggunakan Model Kelvin-Voigt

Evolusi gerakan massa atau perpendekan zona kontak pada saat benturan seperti terlihat pada Gambar. 3.3. dapat dinyatakan dalam persamaan berikut,

$$x = \exp(-\xi\omega_{c}t)\frac{V_{i}}{\omega_{d}}\sin\omega_{d}t$$
(3.8)

dimana :

$$\omega_{c} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$\omega_{d} = \omega_{c} \sqrt{1 - \xi^{2}}$$
$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

 $\xi$  = koefisien redaman

c = redaman

t = waktu (dimana saat pertama kali terjadi kontak)

 $V_i$  = kecepatan massa tepat sebelum tumbukan ( kecepatan tumbukan)

Gaya tumbukan Fc untuk model *Kelvin-voigt* mempunyai persamaan sebagai berikut :

 $Fc = kx + c \dot{x}$ 

atau dapat dinyatakan dalam fungsi waktu t sebagai berikut :

$$F_{c} = \left(\frac{1-2\xi^{2}}{\sqrt{1-\xi^{2}}}\sin\omega_{d}t + 2\xi\cos\omega_{d}t\right)F_{o}\exp(-\xi\omega_{c}t) \quad (3.9)$$

dimana  $F_0 = V_i \sqrt{km}$ 

merupakan gaya tumbukan maksimal untuk kasus benturan elastik sempurna atau pada  $\xi = 0$ .

Berdasarkan persamaan (3.9) diatas, pada awal kontak akan muncul gaya tumbukan tiba-tiba sebesar  $2 \xi F_0$  yang akan menyebabkan adanya percepatan tiba-tiba dari massa. Akhir dari tumbukan ditandai oleh nilai  $F_c = 0$ .

Durasi kontak At diberikan oleh persamaan berikut :

$$\Delta t = \frac{\psi}{\omega_{d}} = \frac{\pi - \arccos(1 - 2\xi^{2})}{\omega_{d}}$$
(3.10)

Dari persamaan (3.10) di atas terlihat bahwa durasi kontak tidak bergan-tung pada kecepatan tumbukan  $V_i$ , tetapi bergantung pada m, k dan  $\xi$ .

Koefisien restitusi kecepatan e diberikan oleh persamaan (3.11) berikut:

$$e = \exp\left(-\frac{\xi\psi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$
(3.11)

Koefisien restitusi e hanya bergantung pada koefisien redaman  $\xi$  (tidak bergantung pada V<sub>i</sub>).

Deformasi zona kontak  $\triangle x$  dapat dihitung dari persamaan (3.12) berikut

$$\Delta x = \exp\left(-\frac{\xi\psi}{1-\xi^2}\right) 2\xi X_0 \tag{3.12}$$

dimana :

$$X_0 = \frac{V_i}{\omega_c} = V_i = V_i \sqrt{\frac{m}{k}}$$
(3.13)

 $X_0$  merupakan deformasi maksimum zona kontak pada kasus tumbukan elastik sempurna ( $\xi = 0$ )

Gaya tumbukan maksimum  $F_{c max}$  dapat dihitung dengan persamaan berikut :

$$F_{c \max} = F_0 \exp\left(-\frac{\xi\gamma}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$
(3.14)

dimana :  $\gamma = \operatorname{arc} \operatorname{Cos}([3-4\xi^2]\xi)$ 

Sedangkan deformasi maksimum zona kontak  $X_{max}$  diberikan oleh persamaan (3.15) berikut :

$$X_{\max} = X_0 \exp\left(-\frac{\xi \arccos\xi}{1-\xi^2}\right)$$
(3.15)

Setelah tumbukan berakhir, model *Kelvin-Voigt* menunjukkan fenomena *creep* dimana gaya yang bekerja sama dengan nol, dan zona kontak akan kembali pada kondisi awal. Evolusi dari fenomena ini digambarkan dengan persamaan (3.16) berikut :

$$x = 2\xi X_0 \exp\left(-\left[\frac{k}{c}t + \frac{\xi\psi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right]\right)$$
(3.16)

harga t dihitung mulai dari waktu dimana tumbukan berakhir. Dari persamaan (3.16) di atas dapat diketahui bahwa zona kontak akan kembali pada posisi awal pada nilai t tak hingga.

Dalam kasus tumbukan bebas dari sebuah massa dengan *obstacle*, energi tumbukan Ei adalah sama dengan energi kinetik massa tepat sebelum tumbukan, yang besarnya adalah :

$$E_{i} = \frac{1}{2} m V_{i}^{2}$$
(3.17)

Untuk kasus tumbukan pada umumnya, selama proses tumbukan berlangsung energi tumbukan (energi kinetik) dari massa akan ditransferkan pada zona kontak. Keseluruhan energi kinetik akan ditransferkan pada zona kontak pada saat dicapai deformasi maksimal (dalam hal tumbukan bebas). Sebagian energi kinetik akan didisipasi oleh zona kontak sesuai dengan zona kontak yang diadopsi, sedangkan sisanya diperoleh kembali oleh massa pada saat tumbukan selesai.

Energi total yang didisipasi oleh zona kontak setelah tumbukan selesai dapat dihitung dengan persamaan dibawah ini.

$$\Delta E_{c} = (1 - e^{2})E_{i}$$
 (3.18)

### 3.3.2. Model Darmawan



Gambar 3. 4 Representasi tumbukan dengan model yang dikembangkan.

Pada model *rheologi* ini telah dikembangkan suatu koefisien  $\alpha$  yang menggambarkan faktor disipasi energi oleh zona kontak.

Dengan menggunakan model ini untuk kasus benturan paksa/benturan bebas dari dua massa akan didapatkan kondisi-kondisi sebagai berikut:

Gaya tumbukan di awal dan akhir benturan adalah sama dengan nol.

Tidak didapatkan deformasi permanen setelah tumbukan selesai.

Sebagian energi tumbukan didisipasi oleh zona kontak.

Hubungan gaya tumbukan dan deformasi diberikan oleh persamaan berikut :

 $F_{c} = kx + \alpha kx \dot{x}$ (3.19)

atau

 $F_c = K_{els} \, x$ 

dimana :

 $K_{els} = k (1 + \alpha \dot{x})$ 

Dari persamaan di atas terlihat bahwa kekakuan dinamik K<sub>els</sub> bergantung pada kecepatan. Gaya tumbukan pada awal tumbukan adalah nol karena deformasi zona kontak pada awal tumbukan sama dengan nol.

Berdasarkan persamaan (3.19) pada saat dimana deformasi maksimal dicapai, gaya tumbukan mempunyai nilai  $F_c = kX_0$ , kecepatan deformasi dalam hal ini adalah nol. Pada saat yang sama, energi yang didisipasi oleh zona kontak adalah sama dengan energi tumbukan.

Gaya tumbukan maksimum dicapai sebelum deformasi maksimum dicapai.

#### 3.4. Solusi Persamaan Dinamis dengan Benturan

Solusi persamaan gerak dinamis yang mengalami benturan adalah tidak mudah jika dipecahkan secara eksak, karena itu digunakan metoda numerik.

Analisis numerik untuk benturan dilakukan untuk setiap step waktu □t. Step waktu yang dipergunakan dibagi menjadi dua bagian yaitu pada saat sebelum kontak dan pada saat terjadi kontak. Pada saat terjadi kontak, step waktu yang lebih kecil akan diterapkan pada analisis ini, hal ini dimaksudkan untuk mengetahui phenomena selama Oleh karena benturan secara detail. itu terdapat kemungkinan pada saat  $t_n$  harga U<sub>t</sub> pada persamaan (3-1) akan > 0 dan pada saat  $t_{n+1}$  harga  $U_t < 0$  maka analisis perhitungan harus dilakukan untuk selang waktu dari tepat saat berbenturan (Ut =0) hingga tepat saat lepas dari benturan ( $U_t=0$ ).

Dengan mengingat harga  $U_t = 0$  pada saat tepat berbenturan terdapat antara  $t_n$  dan  $t_{n+1}$  maka untuk memperkecil kesalahan numerik dilakukan analisis perhitungan untuk setiap dt, di mana harga dt dalam studi ini

49

diambil  $\frac{1}{3}$   $\Box$ t, dengan harga  $\Box$ t=0.06 detik. Maka selanjutnya perhitungan dapat diperlakukan sebagai persamaan gerak dinamis de-ngan menganggap bahwa gaya bentur sebagai gaya luar dan melibatkan harga dt. Analisis tersebut berlangsung hingga setelah terjadi benturan (t<sub>lepas</sub>)di mana terdapat kondisi harga U<sub>t</sub> > 0.

Untuk menyelesaikan persamaan gerak akibat benturan akan digunakan metode Runge-Kutta.

Persamaan gerak dinamis untuk kedua bangunan :

Sistem 1=  $[M]_{1} \{\ddot{x}\}_{1}+[C]_{1} \{\dot{x}\}_{1}+\{[K]_{1}+[Kb]\}\{x\}_{1}-[Kb]\{x\}_{2}=-[M]_{1} \{\ddot{x}_{g}\}$   $+[Kb]\{U_{0}\}$ Sistem 2 =  $[M]_{2} \{\ddot{x}\}_{2}+[C]_{2} \{\dot{x}\}_{2}+\{[K]_{2}+[Kb]\}\{x\}_{2}-[Kb]\{x\}_{1}=-[M]_{2} \{\ddot{x}_{g}\}$   $+[Kb]\{U_{0}\}$ Proses perhitungan dengan menggunakan metode Runge-Kutta : Sistem 1 =

$$\begin{split} F_{1}(T,X,\dot{X}) &= \{\ddot{x}_{1}\} = -2 \Box_{\Box} \Box_{\Box} \{\dot{x}\}_{\Box} - (\Box_{1}^{2} + \frac{[Kb]}{[M]_{1}})\{x\}_{1} + \frac{[Kb]}{[M]_{1}} \\ \{x\}_{2} + F_{1}(t) \\ \text{dengan } F_{1}(t) = -\{ \ddot{x}_{g} \} + \frac{[Kb]}{[M]_{1}} \{U_{0}\} \\ \text{Sistem } 2 = \\ F_{2}(T,X,\dot{X}) &= \{ \ddot{x}_{2} \} = -2 \Box_{\Box} \Box_{\Box} \{\dot{x}\}_{2} - (\Box_{2}^{2} + \frac{[Kb]}{[M]_{2}})\{x\}_{2} + \frac{[Kb]}{[M]_{2}} \\ \{x\}_{1} + F_{2}(t) \\ \text{dengan } F_{2}(t) = -\{ \ddot{x}_{g} \} - \frac{[Kb]}{[M]_{2}} \{U_{0}\} \\ \frac{Pada \ tahap \ pertama:}{T = t_{i-1}} \\ X1 = x1(i-1) \\ \dot{X} 2 = x2(i-1) \\ \dot{X} 1 = \dot{x} 1(i-1) \\ \dot{X} 2 = \dot{x} 2(i-1) \\ \text{Sistem } 1: \\ Ak11 = \Delta t * F_{1}(T,X1,\dot{X}1) \\ \text{Sistem } 2: \\ Ak12 = \Delta t * F_{2}(T,X2,\dot{X}2) \\ \frac{Pada \ tahap \ kedua:}{T = t_{i-1} + \Delta t / 2} \end{split}$$

$X1 = x1(i-1) + \Delta t / 2* \dot{X} 1$	$X2 = x2(i-1) + \Delta t / 2* \dot{X}$		
2			
X 1= x 1(i-1))+Ak11/2	Ż2=	× 2(i-1)	+
Ak12/2			
Sistem 1:			
Ak21 = $\Delta t * F_1(T, X1, \dot{X}1)$			
Sistem 2:			
$Ak22 = \Delta t * F_2(T, X2, \dot{X}2)$			
Pada tahap ketiga:			
$T=t_{i\text{-}1}\text{+}\Delta t/2$			
$X1 = x1(i-1) + \Delta t * (\dot{X} 1/2 + Ak11/4)$			
$X2 = x2(i-1) + \Delta t * (\dot{X} 2/2 + Ak12/4)$			
X 1= x 1(i-1))+Ak21/2			
$\dot{X}$ 2= $\dot{x}$ 2(i-1) + Ak22/2			
Sistem 1:			
Ak31 = $\Delta t * F_1(T, X1, \dot{X}1)$			
Sistem 2:			
Ak32 = $\Delta t * F_2(T, X2, \dot{X}2)$			

Pada tahap keempat:

$$T = t_{i-1} + \Delta t$$
  
X1 = x1(i-1)+  $\Delta t * (\dot{X} 1 + Ak21/2)$   
X2 = x2(i-1)+  $\Delta t * (\dot{X} 2 + Ak22/2)$   
 $\dot{X} 1 = \dot{x} 1(i-1)$ )+Ak31  
 $\dot{X} 2 = \dot{x} 2(i-1) + Ak32$   
Sistem 1:

Ak41 =  $\Delta t * F_1(T, X1, \dot{X}1)$ 

Sistem 2:

Ak42 =  $\Delta t * F_2(T, X2, \dot{X}2)$ 

Perpindahan :

Sistem 1 =

$$\{x\}_{1}(i) = \{x\}_{1}(i-1) + t*\left[\{\dot{x}\}_{1}(i-1) + \frac{1}{6}(Ak11 + Ak21 + Ak31)\right]$$

Sistem 2 =

$$\{x\}_{2}(i) = x_{2}(i-1) + t^{*} \left[\{\dot{x}\}_{2}(i-1) + \frac{1}{6}(Ak12 + Ak22 + Ak32)\right]$$

Kecepatan :

Sistem 1 =

 $\{\dot{x}\}_1(\dot{i}) = \{\dot{x}\}_1 + (Ak11 + 2Ak21 + 2Ak31 + Ak41)/6$ 

#### Sistem 2 =

 $\{\dot{x}\}_2(\dot{i}) = \{\dot{x}\}_2 + (Ak12 + 2Ak22 + 2Ak32 + Ak42)/6$ 

# **BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN**

#### 4.1. Pemodelan Struktur Sistem MDOF Diskret

Studi kasus yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah struktur rangka beton dengan sistem MDOF diskret dimana proses pemodelan sistem dengan gaya inersia dan gaya elastik sesuai dengan derajat kebebasan yang diinginkan. Struktur rangka dapat diidealisasikan sebagai susunan dari elemen-elemen balok-kolom yang saling berhubungan dengan titik nodal masing-masing.

#### 4.1.1. Data Struktur

Dalam penelitian ini model yang digunakan berupa bangunan portal bertingkat. Benturan yang terjadi di set untuk dua bangunan dengan derajat kebebasan sama dan dua bangunan dengan derajat kebebasan berbeda. Parameter model tersebut adalah sebagai berikut:

Modulus, E = 2.1. E+5 kg/cm<sup>2</sup>

bj beton,  $\gamma_{beton} = 2.4 \text{ E-3 kg/cm}^3$ 

Gaya gravitasi, g  $= 980 \text{ cm/s}^2$ 



Gambar 4. 1 Susunan model benturan M1-2, M1-3, M1-4 dengan DOF struktur sama



Gambar 4. 2. Susunan model benturan M1-2 dengan DOF struktur berbeda

Dalam penelitian ini studi kasus model benturan pertama merupakan susunan model yang berderajat kebebasan sama yaitu 3 dof. Susunan model ini diatur sedemikian rupa dengan mengambil model 1 sebagai acuan. Sehingga didapatkan 3 pola benturan yaitu benturan antara model 1 dengan model 2, model 1 dengan model 3, dan model 1 dengan model 4. Susunan model benturan kedua merupakan susunan model benturan yang memiliki derajat kebebasan struktur berbeda, yaitu benturan antara model 1 (3 dof) dengan model 2 (2 dof).

Satuan yang digunakan dalam analisis perhitungan adalah, kg untuk satuan berat, cm untuk satuan panjang dan detik (s)

untuk satuan waktu. Parameter yang divariasikan adalah massa struktur. Parameter masing-masing model dapat dilihat pada Tabel B.1 dan Tabel C.1. Massa balok dan kolom untuk model 1 dan model 2 diperoleh dari perhitungan berikut.

Model 1

Bentang balok,  $L_b = 100$  cm

Tinggi masing-masing lantai, L<sub>k</sub>= 100 cm .

Pelat lantai diasumsikan sama untuk tiap-tiap lantai tebalnya = 4 cm.

W<sub>balok lt 1</sub> = 9 \* 12 \* 100 \* 2.4E-3 = 25.92 kg

W<sub>balok lt 2</sub> = 8 \* 12 \* 100 \* 2.4E-3 = 23.04 kg

W<sub>balok lt 3</sub> = 8 \* 12 \* 100 \* 2.4E-3 = 23.04 kg

 $W_{kolom} = 10 * 10 * 100 * 2.4E-3 = 24 \text{ kg}$ 

 $W_{pelat} = 4 * 100 * 100 * 2.4E-3 = 96 \text{ kg}$ 

Beban hidup (LL) diasumsikan 80 kg

Massa balok lt. 1,  $m_{b1} = (W_{balok lt.1} + W_{pelat} + LL)/980 =$ 

 $(25.92 + 96 + 80)/980 = 0.206 \text{ kgs}^2/\text{cm}$ 

Massa balok lt. 2,  $m_{b2} = (W_{balok lt.2} + W_{pelat} + LL)/980 =$ 

 $(23.04 + 96 + 80)/980 = 0.203 \text{ kgs}^2/\text{cm}$ 

Massa balok lt. 3,  $m_{b3} = (W_{balok lt.3} + W_{pelat} + LL)/980 =$ 

 $(23.04 + 96 + 80)/980 = 0.203 \text{ kgs}^2/\text{cm}$ 

Massa kolom,  $m_k = W_{kolom}/980 = 24/980 = 0.024 \text{ kgs}^2/\text{cm}$ 

Model 2

Bentang balok,  $L_b = 100 \text{ cm}$ 

Tinggi masing-masing lantai,  $L_k = 100 \text{ cm}$ .

Pelat lantai diasumsikan sama untuk tiap-tiap lantai tebalnya = 4 cm.

 $W_{balok \ lt.1} = 9 * 10 * 100 * 2.4E-3 = 21.6 \ kg$ 

 $W_{balok lt.2} = 8 * 10 * 100 * 2.4E-3 = 19.2 \text{ kg}$ 

Wbalok lt.3 = 8 \* 10 \* 100 \* 2.4E-3 = 19.2 kg

 $W_{kolom} = 10 * 10 * 100 * 2.4E-3 = 24 \text{ kg}$ 

 $W_{pelat} = 4* 100 * 100 * 2.4E-3 = 96 \text{ kg}$ 

Beban hidup (LL) diasumsikan 80 kg

Massa balok lt. 1,  $m_b = (W_{balok lt.1} + W_{pelat} + LL)/980 =$ 

 $(21.6 + 96 + 80)/980 = 0.202 \text{ kgs}^2/\text{cm}$ 

Massa balok lt. 2,  $m_b = (W_{balok lt.2} + W_{pelat} + LL)/980 =$ 

 $(19.2 + 96 + 80)/980 = 0.199 \text{ kgs}^2/\text{cm}$ 

Massa balok lt. 3,  $m_b = (W_{balok lt.3} + W_{pelat} + LL)/980 =$ 

 $(19.2 + 96 + 80)/980 = 0.199 \text{ kgs}^2/\text{cm}$ 

Massa kolom,  $m_k = W_{kolom}/980 = 24/980 = 0.024 \text{ kgs}^2/\text{cm}$
## 4.1.2. Derajat Kebebasan Struktur

Struktur portal 3 lantai yang akan ditinjau diasumsikan memi-liki 9 derajat kebebasan dan portal 2 lantai diasumsikan memiliki 6 derajat kebebasan yaitu translasi tiap lantai dan putaran sudut tiap titik nodal dengan mengabaikan deformasi aksial kolom dan balok, seperti yang dapat dilihat pada Gambar 4.3.

Derajat kebebasan setiap elemen berhubungan dengan sebagian derajat kebebasan struktur. Komponen perpindahan elemen dinyatakan dalam tata sumbu lokal elemen yang bersangkutan, dengan proses transformasi komponen perpindahan elemen dapat dinyatakan dalam tata sumbu global. Matriks massa dan matriks kekakuan struktur didapat dengan merakit matriks massa dan kekakuan elemen berdasarkan sumbu global.



Gambar 4. 3 Perpindahan Derajat Kebebasan Struktur 9 DOF

Dalam perjanjian tanda, simpangan diasumsikan positif jika bergerak ke arah kanan dan putaran sudut diasumsikan positif jika titik nodal berputar searah dengan jarum jam.

#### 4.1.3. Matriks Struktur

Pada Bab II sebelumnya telah dibahas matriks kekakuan dan matriks massa struktur berdasarkan sumbu global. Dalam Bab ini matriks kekakuan struktur dirakit untuk portal bidang 3 lantai dengan mengabaikan deformasi aksial kolom dan balok. Matriks kekakuan elemen yang telah ditransformasikan terha-dap koordinat global [k]<sub>i</sub> dapat ditentukan dengan rumusan seperti yang telah dibahas pada Bab II, yaitu

 $[\mathbf{K}] = [\mathbf{T}]^{\mathrm{T}}[\mathbf{k}][\mathbf{T}]$ 

dengan

$$[T] = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad [T]^{T} = \begin{bmatrix} c & -s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dimana

 $c = cos \square$ 

 $s = sin \square$ 

sehingga didapatkan nilai matriks kekakuan elemen sebagai berikut:

Matriks Kekakuan Struktur [K]<sub>s</sub>:

$$\begin{bmatrix} \frac{48EI_k}{L^3} & -\frac{24EI_k}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_k}{L^2} & \frac{6EI_k}{L^2} & 0 & 0 \\ -\frac{24EI_k}{L^3} & \frac{48EI_k}{L^3} & -\frac{24EI_k}{L^3} & -\frac{6EI_k}{L^2} & -\frac{6EI_k}{L^2} & 0 & 0 & \frac{6EI_k}{L^2} & \frac{6EI_k}{L^2} & \frac{6EI_k}{L^2} \\ 0 & -\frac{24EI_k}{L^3} & \frac{24EI_k}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{6EI_k}{L^2} & -\frac{6EI_k}{L^2} & -\frac{6EI_k}{L^2} & -\frac{6EI_k}{L^2} & -\frac{6EI_k}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI_k}{L^2} & 0 & \frac{8EI_k}{L} + \frac{4EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_k}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6EI_k}{L^2} & 0 & \frac{2EI_b}{L} & \frac{8EI_k}{L} + \frac{4EI_b}{L} & 0 & \frac{2EI_k}{L} & 0 & 0 \\ \frac{6EI_k}{L^2} & 0 & -\frac{6EI_k}{L^2} & \frac{22EI_k}{L} & 0 & \frac{8EI_k}{L} + \frac{4EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_k}{L} & 0 \\ \frac{6EI_k}{L^2} & 0 & -\frac{6EI_k}{L^2} & 0 & \frac{2EI_k}{L} & 0 & \frac{8EI_k}{L} + \frac{4EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & 0 \\ \frac{6EI_k}{L^2} & 0 & -\frac{6EI_k}{L^2} & 0 & \frac{2EI_k}{L} & 0 & \frac{8EI_k}{L} + \frac{4EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & 0 \\ \frac{6EI_k}{L^2} & 0 & -\frac{6EI_k}{L^2} & 0 & 0 & \frac{2EI_k}{L} & 0 & \frac{4EI_k}{L} + \frac{4EI_b}{L} & \frac{2EI_b}{L} & \frac{4EI_b}{L} & \frac{4EI_b}{L} & \frac{4EI_b}{L} \\ 0 & \frac{6EI_k}{L^2} & -\frac{6EI_k}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_k}{L} & 0 & \frac{4EI_k}{L} + \frac{4EI_b}{L} & \frac{4EI_b}{L} & \frac{4EI_b}{L} & \frac{4EI_b}{L} \\ \end{bmatrix}$$

63

Seperti yang telah dibahas pada bab II, matriks massa struktur disusun berdasarkan metode massa sepadan (*consistent mass method*)dengan menganggap massa terkumpul pada masing-masing titik nodal dengan memperhitungkan pengaruh rotasi.

Koefisien massa dapat ditentukan seperti penentuan koefisien kekakuan elemen dimana gaya pada koordinat nodal i akibat satu satuan percepatan pada koordinat nodal j, sedangkan semua koordinat nodal yang lain dibuat tidak mempunyai percepatan. Cara penamaan untuk beberapa koefisien matriks massa dapat dilihat pada Gambar 4.4. di bawah ini.



Gambar 4. 4 Penamaan Matriks Massa

Matriks Massa Struktur [m]<sub>s</sub> :

## 4.1.4. Pembahasan Hasil dan Analisis

Eksitasi harmonik yang diberikan pada model struktur mem-punyai perioda 0.3 detik dengan amplitudo simpangan sebesar 1 cm dan durasi selama 10 detik. Eksitasi gempa El Centro yang diberikan mem-punyai percepatan maksimum sebesar 341.7 cm/s<sup>2</sup> dengan durasi selama 10 detik. Grafik eksitasi ini dapat dilihat di bawah ini.





Gambar 4. 5 Grafik perpindahan dan percepatan eksitasi harmonik



Gambar 4. 6 Grafik percepatan gempa El Centro

Parameter yang divariasikan adalah massa struktur dan gap awal antar bangunan. Model-model yang dianalisis pada susunan ben-turan pertama, memiliki koefisien redaman 5 % sedangkan pada susunan benturan kedua model dianalisis tanpa redaman struktur. Model struktur yang digunakan memiliki ukuran skala laboratorium. Eksitasi yang dike-nai pada kedua bangunan terjadi pada saat yang tidak bersamaan sehing-ga terdapat perbedaan phase yang diasumsikan sebesar 1/10 detik. Benturan yang terjadi diasumsikan hanya terjadi pada arah horizontal (pada level lantai).

Perpindahan lantai kedua pada masing-masing model cende-rung lebih besar daripada lantai teratas (lantai 3), hal ini dikarenakan dalam penyusunan matriks massa consisten, titik nodal pada lantai kedua memikul beban yang lebih besar dibandingkan dengan titik nodal pada lantai teratas.

Perilaku model yang berbenturan untuk model 1 dan model 2 (M1-2) akibat eksitasi harmonik dengan gap awal 0 cm dapat dilihat pada Gambar 4.7. Dari gambar tersebut terlihat perpindahan model masih bersifat periodik walau terjadi tumbukan selama 10 detik.



Gambar 4. 7 Riwayat waktu perpindahan lantai 2-model 1 akibat benturan (M1-2) dengan eksitasi harmonik.

Dari simulasi benturan yang telah dicoba, terlihat gaya benturan terbesar terjadi pada lantai dua dari masing-masing model struktur kerena memiliki harga negatif terbesar dari jarak relatif kedua model yang berbenturan, dimana harga ini merupakan deformasi total permukaan model 1 dan model 2 selama terjadi tumbukan.

Hasil simulasi numerik memperlihatkan jarak minimum yang dibutuhkan agar tidak terjadi benturan akan berkurang dengan mengecilnya perbedaan perioda antara kedua bangunan. Bila besarnya perioda dominan model 1 sama dengan besarnya perioda dominan model 2 maka gap minimum yang dibutuhkan untuk menghindari benturan adalah sama dengan nol.

Gaya tumbukan tidak selamanya berkurang dengan meningkatnya gap awal kedua bangunan. Hal ini dapat dilihat pada Gambar. 4.8 di mana gaya tumbukan maksimum untuk model dengan perbandingan perioda yang lebih kecil terdapat pada zona 60 % dari gap awal minimum yang diperlukan agar tidak terjadi benturan.





Tumbukan terjadi atau benturan yang antar model merupakan tumbukan paksa, dimana selama tumbukan berlangsung terdapat transfer energi dari gaya eksitasi terhadap struktur. Transfer energi tidak terdapat pada kasus tumbukan bebas, dimana tumbukan dimulai dari gaya nol hingga gaya maksimum (*loading*) kemudian diikuti fase unloading hingga tumbukan nol kembali sehingga grafik evolusi gaya tumbukan yang dihasilkan bersifat simetris. Sedangkan dalam analisis ini evolusi gaya tumbukan yang dihasilkan memperlihatkan adanya transfer energi dari eksitasi yang diberikan dimana waktu yang diperlukan untuk fase *loading* 

dan *unloading* berbeda. Gambar.4.9. memperlihatkan jarak relatif saat model bertumbukan atau adanya perpendekan zona kontak dan evolusi gaya tumbukan yang dihasilkan dari perpendekan zona kontak tersebut. Semakin besar jarak relatif yang bernilai negatif (perpendekan zona kontak ) maka gaya tumbukannya akan semakin besar. Fenomena ini dapat dilihat pada gambar dibawah ini.



Gambar 4. 9 Perpendekan zona kontak dan evolusi gaya tumbukan akibat eksitasi harmonik pada benturan M1-2

Pada sistem yang mengalami benturan harga faktor amplifikasi perpindahan relatif selalu lebih besar dari satu. Faktor amplifikasi ditentukan dari perbandingan nilai mutlak simpangan relatif maksimum saat terjadi benturan terhadap nilai mutlak simpangan relatif maksimum respon bebas. Sedangkan durasi kontak tiap-tiap model struktur cenderung berkurang dengan semakin bertambahnya gap awal antar kedua model tersebut. Durasi kontak yang dimaksud adalah jumlah total waktu selama terjadinya benturan dari awal respon hingga akhir respon. Fenomena benturan yang dialami oleh model dibawah eksitasi harmonik juga terlihat pada model yang mengalami eksitasi gempa El Centro. Hal ini dapat dilihat pada grafik lampiran.

Untuk model dengan derajat kebebasan yang sama yaitu 3 dof yang dikenai eksitasi harmonik, hasil simulasinya memperlihatkan benturan model 1-2 membutuhkan gap minimum 0.65 cm, benturan model 1-3 membutuhkan gap minimum 0.73 cm dan benturan model 1-4 membutuhkan gap minimum 0.46 cm. Untuk benturan dengan derajat kebebasan yang berbeda (3 dof-2 dof) memiliki gap minimum 0.78 cm. Sedangkan hasil simulasi dari eksitasi gempa El Centro memperlihatkan benturan model 1-2 membutuhkan gap minimum 0.81 cm, benturan model 1-3 membutuhkan gap minimum 0.82 cm dan benturan model 1-4 membutuhkan gap minimum 0.9 cm. Untuk benturan dengan derajat kebebasan yang berbeda memiliki gap minimum 0.88 cm.

Hasil simulasi memperlihatkan untuk model yang berbeda derajat kebebasan, lantai yang tidak mengalami benturan juga mendapatkan faktor amplifikasi perpindahan relatif. Simpangan relatif maksimum pada lantai yang tidak mengalami benturan cenderung lebih besar dari pada simpangan relatif maksimum dari lantai yang berbenturan. Oleh karena itu untuk menghindari peningkatan gaya-gaya dalam struktur perlu dibuat jarak yang cukup sehingga tidak terjadi benturan.

# **DAFTAR PUSTAKA**

Adeswastoto. H, Djauhari. Z, Suryanita. R, "Evaluasi Kerentanan Bangunan Gedung Terhadap Gempa Bumi Berdasarkan ASCE 41-13", SIKLUS: Jurnal Teknik Sipil 3 (2), 86–99, 2017

Al-Khafaji, Tooley, "*Numerical Methods in Engineering Practice*", Holt, reinhart & Winston, Inc. 1986

Butt, Aamir S & A.Akl, Fred, "Numerical Model of Impact-Damped Continuous Systems". Journal of Engineering Mechanics, Vol 123, No.4. April 1997

Clough,R.W. & Penzien, J., "Dynamics of Structures". Second Edition, McGraw-Hill Book Co. Singapore.1993.

Chopra, A. K. "*Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering*". (M. J. Horton, Ed.) (Fourth Edi). Boston: Prentice Hall, 2012

Darmawan, Sigit & Budiono, Bambang, "*Perilaku Dinamik Dua Buah Bangunan akibat Benturan pada Saat Gempa*", HAKI Conference on Civil Structural Engineering 1995, Jakarta Hilton Hotel, August 21-22, 1995.

Darmawan. W.F, Suryanita. R, and Djauhari. Z, "*Evaluasi Kesehatan Struktur Bangunan berdasarkan Respon Dinamik Berbasiskan Data Akselerometer*," Media Komun. Tek. Sipil, vol. 23, no. 2, p. 142, 2017.

Hamidi. A, Suryanita. R, Olivia. M, "Analisis Korelasi Displacement Dan Acceleration Dengan Nilai Pga Menggunakan Metode Dinamik Respons Spektrum Pada Tanah Lunak Di Riau", Jurnal Sainstek 4 (2), 2016

James, M.L, Smith, G.M, Wolford, J.C, Whaley, P.W, "Vibration of Mechanical and Structural Systems", Harper Collins College Publisher, 1994.

Jingga. H, Suryanita. R, "Respons Struktur Bangunan Berdasarkan Spektra Gempa Indonesia Untuk Ibukota Provinsi Di Pulau Sumatera," Tek. Sipil UR, pp. 978–979, 2015.

Mo, Y.L. & Lai, H.C., "Effect of Deflection on Pounding of Reinforced Concrete Building", 1996.

Naeim, F., "*The Seismic Design Handbook*". Van Nostrand Reinhold 1989.

Puri Awanda Cantikawati. "Potensi Jaringan Saraf Tiruan Backpropagation Dalam Memprediksi Respon Sistem Multi Degree Of Freedom Akibat Pembebenan Dinamik". Tugas Akhir Program Studi S1 Teknik Sipil Universitas Riau, 2016

Suryanita, Buku Ajar Dinamika Struktur, Teori dan Aplikasi. UR Press, 2016.

Weaver, William. Jr. & Johnston, Paul. R, "Structural Dynamics by Finite Elements". Prentice-Hall, Inc. 1987.

# GLOSARIUM

## Analisis statis :

solusi metode elemen hingga tidak terikat fungsi waktu (t) atau fungsi beban tidak terikat waktu (t).

#### Analisis dinamis :

solusi metode elemen hingga yang terikat dengan fungsi waktu (t).

### **Amplitudo:**

Simpangan maksimum yang terjadi pada setiap getaran

## Derajat kebebasan struktur :

derajat kebebasan (independensi) yang diperlukan untuk menyatakan posisi suatu sistem pada setiap saat.

### Frekuensi :

Banyaknya getaran yang terjadi dalam 1 detik.

## Perioda :

Waktu yang diperlukan untuk sistem bergerak 1 getaran.

### **Spektrum Respon :**

Suatu spektrum yang disajikan dalam bentuk grafik atau plot antara periode getar struktur T terhadap respon-respon maksimum berdasarkan redaman dan gempa tertentu.

## INDEX

# A

Amplitudo, 66

# F

Frekuensi, 11, 12, 19, 30

# $\mathbf{M}$

Massa, 1, 4, 8, 12, 18, 26, 29, 37, 44, 56, 60, 64, 67, 73

# P

Pegas k, 4, 34

Perpindahan, 8, 10, 20, 27, 28, 29, 59, 60, 70

Perioda, 66, 68, 69, 73, 74

# R

Redaman, 9, 19, 41, 43, 67, 77

# LAMPIRAN

Tabel 1. Parameter dinamis model bangunan untuk derajat

kebebasan sama	(3	dof-3	dof)
----------------	----	-------	------

Parameter	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
Balok lt. 1 (cm)	9 x 12	9 x 10	9 x 10	9 x 10
Balok lt. 2 (cm)	8 x 12	8 x 10	8 x 10	8 x 10
Balok lt. 3 (cm)	8 x 12	8 x 10	8 x 10	8 x 10
Kolom (cm)	10 x 10	10 x10	10x10	10x10
Massa blk.lt.1 (kg.s <sup>2</sup> /cm)	0.206	0.202	0.801	0.081
Massa blk.lt.2 (kg.s <sup>2</sup> /cm)	0.203	0.199	0.799	0.076
Massa blk.lt.3 (kg.s <sup>2</sup> /cm)	0.203	0.199	0.799	0.076
Massa kolom (kg.s²/cm)	0.024	0.024	0.024	0.024
Koefisien redaman	0.05	0.05	0.05	0.05
Perioda, T dominan (s)	0.164	0.18	0.187	0.166

	Kekakuan	Kekakuan	Kekakuan
Model benturan	lantai 1	lantai 2	lantai 3
	(Kb) kg/cm	(Kb) kg/cm	(Kb) kg/cm
Model 1-2 (M1-2)	226800	183272.727	183272.727
Model 1-3 (M1-3)	226800	183272.727	183272.727
Model 1-4 (M1-4)	226800	183272.727	183272.727

Tabel. 2. Parameter kekakuan bentur (3 dof-3 dof)

Parameter	Model 1	Model 2
Balok lt. 1 (cm)	9 x 12	8 x 10
Balok lt. 2 (cm)	8 x 12	8 x 10
Balok lt. 3 (cm)	8 x 12	-
Kolom (cm)	10 x 10	10 x 10
Massa blk.lt.1 (kg.s <sup>2</sup> /cm)	0.206	0.109
Massa blk.lt.2 (kg.s <sup>2</sup> /cm)	0.203	0.036
Massa blk.lt.3 (kg.s <sup>2</sup> /cm)	0.203	-
Massa kolom (kg.s²/cm)	0.024	0.024
Koefisien redaman (%)	0	0
Perioda, T dominan (s)	0.164	0.12

Tabel 3. Parameter dinamis model bangunan untuk derajat kebebasan berbeda (3 dof-2 dof)

Tabel.C.2. Parameter kekakuan bentur (3 dof-2dof)

Model benturan	Kb lt.1, kg/cm	Kb lt.2, kg/cm
Model 1-2 (M1-2)	193021.2766	183272.7273



Grafik.B.1. Riwayat waktu perpindahan model 1 tanpa benturan akibat eksitasi harmonik



Grafik.B.2. Riwayat waktu perpindahan model 2 tanpa benturan akibat eksitasi harmonik



Grafik.B.3. Riwayat waktu perpindahan model 1akibat benturan model 1-2 (T1/T2=0.91) dengan gap awal = 0 cm



Grafik.B.4. Riwayat waktu perpindahan model 2 akibat benturan model 1-2 (T1/T2=0.91) dengan gap awal = 0 cm





Grafik.B.5. Riwayat waktu, jarak relatif, dan gaya benturan lantai 1akibat benturan model 1-2 (T1/T2=0.91) dengan gap awal = 0 cm





Grafik.B.6. Riwayat waktu, jarak relatif, dan gaya benturan lantai 2 akibat benturan model 1-2 (T1/T2=0.91) dengan gap awal = 0 cm









d<sub>max</sub> =0.386

Grafik.B.8. Riwayat waktu perpindahan model 1 tanpa benturan akibat gempa El Centro



Grafik.B.9. Riwayat waktu perpindahan model 2 tanpa benturan akibat gempa El Centro



Grafik.B.10. Riwayat waktu perpindahan model 1 akibat benturan model 1-2 (T1/T2=0.91) dengan gap awal = 0 cm



Grafik.B.11. Riwayat waktu perpindahan model 2 akibat benturan model 1-2 (T1/T2=0.91) dengan gap awal = 0 cm





Grafik.B.12. Riwayat waktu, jarak relatif, dan gaya benturan lantai 1 akibat benturan model 1-2 (T1/T2=0.91) dengan gap awal = 0 cm, beban gempa El Centro





Grafik.B.13. Riwayat waktu, jarak relatif, dan gaya benturan lantai 2 akibat benturan model 1-2 (T1/T2=0.91) dengan gap awal = 0 cm, beban gempa El Centro

![](_page_107_Figure_0.jpeg)

![](_page_107_Figure_1.jpeg)

Grafik.B.14. Riwayat waktu, jarak relatif, dan gaya benturan lantai 3 akibat benturan model 1-2 (T1/T2=0.91) dengan gap awal = 0 cm, beban gempa El Centro




Grafik.B.15. Grafik faktor amplifikasi simpangan relatif massa ke-1 akibat eksitasi harmonik.





Grafik.B.16. Grafik faktor amplifikasi simpangan relatif massa ke-2 akibat eksitasi harmonik.



















## Sínopsís

Buku ini menampilkan pengaruh parameter dinamik bangunan dan celah (gap) antar bangunan terhadap perilaku struktur di bawah besaran tumbukan bila bangunan mengalami benturan. Melalui simulasi numerik dari variasi parameter dapat diperoleh jarak (gap) minimum antar bangunan yang dapat bernilai kurang dari jumlah nilai mutlak simpangan relatif maksimum dari kedua bangunan akibat beban gempa rencana. Dengan adanya simulasi numerik dari beberapa variasi parameter, maka jarak antar bangunan dapat direncanakan sedemikian rupa untuk menghindari benturan yang terjadi.



## Biodata Penulis

Reni Suryanita, ST., MT., Ph.D, merupakan dosen di Jurusan Teknik Sipil Universitas Riau. Jenjang pendidikan S1 diselesaikan di Jurusan Teknik Sipil Universitas Andalas Padang pada tahun 1996. Jenjang pendidikan S2 diselesaikan pada tahun 1998 pada Jurusan Teknik Sipil ITB Bandung. Sedangkan jenjang pendidikan S3 Teknik Sipil diselesaikan di Universiti Teknologi Malaysia (UTM) Johor Bahru Malaysia pada tahun 2014. Karya ilmiah berupa buku yang telah dihasilkan penulis adalah buku ajar Pemrograman Komputer (2007) dan buku ajar Dinamika Struktur, Teori dan Aplikasi (2016), Buku Monograf Penelitian Aplikasi Jaringan Saraf Tiruan dalam Pemantauan Struktur Jembatan Beton (2018) dan ini merupakan buku keempat penulis yang membahas hasil penelitian perilaku struktur bangunan bertingkatan yang berbenturan akibat pembebanan dinamik

Penerbit : Universitas Riau Press ISBN : 978-979-792-926-8

